**Problema 9.2.6.5**

**Munteanu Bianca-Stefania**

**Grupa 215**

**Construiţi toate formele normale prenexe, Skolem şi clauzale ale formulei:**

(∃x) ((∀y) P(y) → ¬(∃y) (Q(y) → R(x)))

**Aducem la forma normala prenexa:**

**Pas 1. Se inlocuiesc conectivele → si ↔ folosind ¬, ∧ si ∨**

U = (∃x) ((∀y) P(y) → ¬(∃y) (Q(y) → R(x)))

U ≡ (∃x) (**¬** (∀y) P(y) ∨ ¬(∃y) (Q(y) → R(x)))

U ≡ (∃x) (¬ (∀y) P(y) ∨ ¬(∃y) ( **¬** Q(y) ∨ R(x)))

**Pas 2. Se aplica legile finite si infinite ale lui DeMorgan astfel incat cuantificatorii sa nu fie precedati de negatie**

U ≡ (∃x) (¬ (∀y) P(y) ∨ ¬(∃y) ( **¬** Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∃x) (**¬** (∀y) P(y) ∨¬(∃y) ( **¬** Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P(y) ∨ **¬** (∃y) ( **¬** Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P(y) ∨ **¬** (∃y) ( **¬** Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P(y) ∨ (∀y) ( **¬**(**¬**Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P (y) ∨ (∀y) (Q( y) ∧ **¬** R(x))

**Pas 3. Se redenumesc variabilele legate astfel incat ele sa fie distincte**

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P(y) ∨ (∀y) (Q(y) ∧ **¬** R(x))

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P(y) ∨ (∀z) (Q(z) ∧ **¬**R(x))

**Pas 4. Se utilizeaza echivalentele logice care reprezinta legile de extragere a cuantificatorilor in fata formulei**

**Ordinea de extragere este arbitrara!**

U ≡ (∃x) ((∃y) **¬** P (y) ∨ (∀z) (Q(z) ∧ **¬**R(x))

U ≡ UP1 = (∃x) (∃y) (∀z) (**¬** P(y) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(x))

U ≡ UP2 = (∃x) (∀z) (∃y) (**¬** P(y) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(x))

**Pas 5. Eliminarea cuantificatorilor ∃ (forma Skolem)**

Pentru fiecare cuantificator existential Qr se aplica urmatoarea transformare:

* Daca inaintea simbolului Qr, nu apare niciun cuantificator universal, atunci se alege o constanta
* Daca inaintea simbolului Qr, apar cuantificatori universali, atunci alegem un simbol f de functie de m variabile, diferit de celelalte simboluri de functii

U ≡ UP1 = (∃x) (∃y) (∀z) (**¬** P(y) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(x))

x = a

y = b

U ≡ US1 ≡ (∀z) (**¬** P(b) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

U ≡ UP2 = (∃x) (∀z) (∃y) (**¬** P(y) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(x))

x = a

y = f(z)

U ≡ US2 ≡ (∀z) (**¬** P(f(z)) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

**Pas 6. Eliminarea cuantificatorilor ∀ (forma normala Skolem fara cuantificatori)**

U ≡ US1 ≡ (∀z) (**¬** P(b) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

U ≡ USq1 ≡ **¬** P(b) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

U ≡ US2 ≡ (∀z) (**¬** P(f(z)) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

U ≡ USq2 ≡ **¬** P(f(z)) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

**Pas 7. Aducerea la Forma Normala Clauzala(distributatea ∨ fata de ∧)**

U ≡ USq1 ≡ **¬** P(b) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

U ≡ UC1 ≡ (**¬** P(b) ∨ Q(z)) ∧ (**¬** P(b) ∨ **¬**R(a))

U ≡ USq2 ≡ **¬** P(f(z)) ∨ (Q(z) ∧ **¬**R(a))

U ≡ UC2 ≡ (**¬** P (f(z)) ∨ Q(z)) ∧ (**¬** P(f(z)) ∨ **¬**R(a))